

风力机叶片强度和刚度计算

404

中国科学院能新技术开发部 周敏 TK83

风力机的工作环境是复杂和恶劣的, 所以风力机叶片上所受的载荷情况就十分复杂。为了保证风力机的可靠运行和使用寿命, 必须对风力机叶片进行强度和刚度的审核计算。

一、叶片截面图形几何性质计算

在对风力机叶片进行强度和刚度计算之前, 必须首先进行叶片截面图形的面积、静矩、形心坐标、惯性矩、惯性积等几何性质的计算。

风力机叶片一般是由木材、金属、玻璃钢等材料制成。有些微型风力机叶片是实心的, 而绝大多数叶片 (特别是中型以上风力机的叶

片) 则制成薄壳空心结构。空心处填充硬质泡沫塑料或其他轻质材料。由于玻璃钢材料所具有的优点, 所以大多数风力机都采用薄壳空心的玻璃钢叶片。

1. 实心叶片截面图形几何性质计算

由于叶片的叶型形状复杂, 所以本文采用一种图解与解析相结合的方法——平均矩形法进行计算。这种方法既便于进行电算, 又能满足实际工程上的精度要求。

首先进行作图, 以NACA4418叶型为叶片截面图形的实例。为了取得足够的精度, 作图时需将叶型按比例放大, 并将弦长分成若干个等份。一个等份即一个微元曲边梯形, 可以用高度等于其中线长度的矩形代替 (见图1)。

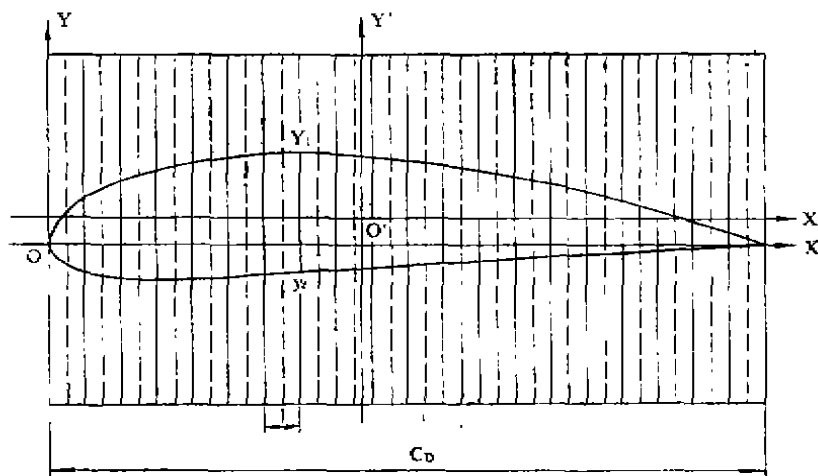


图1 NACA4418叶型放大图

由于叶型是按比例放大的, 所以,

$$m = C_0 / C \quad (m = 1 \sim 3) \quad (1)$$

其中: m 为放大倍数, C 为叶型弦长,

C_0 为放大图中叶型的弦长。

将放大图中叶型弦长分成几等份后, 每间隔长度为 l , 即有:

$$l = C_0 / n \quad (n = 10 \sim 30) \quad (2)$$

图1中 XOY 坐标系以叶型弦长为 OX 轴, 弦线与前缘交点为坐标原点。 $X'O'Y'$ 坐标系中 $O'X'$ 与 $O'Y'$ 轴分别平行于 OX 与 OY 轴, 坐标原点 O' 为叶型形心。

(1) 叶片截面图形的面积 F

由于截面图形的每个微元曲边梯形由相应的矩形代替, 所以微元面积 ΔF_i 为:

$$\Delta F_i = \frac{1}{m} \left(\frac{Y_i}{m} + \frac{y_i}{m} \right) = \frac{1}{m^2} (Y_i + y_i)$$

其中: Y_i 为第 i 个微元曲边梯形中线与叶型背弧交点纵坐标; y_i 为同一中线与叶型内弧交点纵坐标的绝对值。 Y_i 与 y_i 均为在放大图中实际测出的值。

整个截面面积为:

$$F = \frac{1}{m^2} \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) \quad (3)$$

(2) 截面图形的静矩 S_y 、 S_x

第 i 个微元对 OY 轴和 OX 轴的静矩分别为 ΔS_y 和 ΔS_x , 其中:

$$\begin{aligned} \Delta S_y &= X_i \Delta F_i = \frac{1}{m} (i - 0.5) \Delta F_i \\ &= \frac{1^2}{m^3} (Y_i + y_i) (i - 0.5) \end{aligned}$$

$$\Delta S_x = \frac{Y_i - y_i}{2m} \Delta F_i = \frac{1}{2m^3} (Y_i^2 - y_i^2)$$

截面图形对 OY 、 OX 轴的静矩为:

$$S_y = \frac{1^2}{m^3} \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) (i - 0.5)$$

$$S_x = \frac{1^2}{m^3} \left(\sum_{i=1}^n Y_i i - \sum_{i=1}^n y_i i \right) - \frac{1F}{2m} \quad (4)$$

$$S_y = \frac{1}{2m^3} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \quad (5)$$

(3) 截面图形的形心坐标 X_c 、 Y_c

$$X_c = S_y / F, \quad Y_c = S_x / F \quad (6)(7)$$

(4) 截面图形对 OY 、 OX 轴的惯性矩 J_y 、 J_x 和惯性积 J_{xy}

第 i 个微元对 OY 、 OX 轴的惯性矩和惯性积为 ΔJ_y 、 ΔJ_x 、 ΔJ_{xy} , 其中:

$$\begin{aligned} \Delta J_y &= \Delta F_i X_i^2 + \frac{(Y_i + y_i)^3}{12m^4} \\ &= \frac{1^3}{m^4} (Y_i + y_i) (i - 0.5)^2 + \frac{1^3}{12m^4} \\ &\quad \cdot (Y_i + y_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta J_x &= \Delta F_i \left(\frac{Y_i - y_i}{2m} \right)^2 + \frac{(Y_i + y_i)^3}{12m^4} \\ &= \frac{1}{4m^4} (Y_i + y_i) (Y_i - y_i)^2 + \frac{1}{12m^4} \\ &\quad \cdot (Y_i + y_i)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta J_{xy} &= \Delta F_i X_i \left(\frac{Y_i - y_i}{2m} \right) \\ &= \frac{1^2}{2m^4} (Y_i^2 - y_i^2) (i - 0.5) \end{aligned}$$

截面图形对 OY 、 OX 轴的惯性矩和惯性积为:

$$\begin{aligned} J_y &= \frac{1^3}{m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) (i - 0.5)^2 + \frac{1^3}{12m^4} \\ &\quad \cdot \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) \end{aligned}$$

整理后:

$$\begin{aligned} J_y &= \frac{1^3}{m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i i^2 + \sum_{i=1}^n y_i i^2 \right) - \frac{1}{m} S_y \\ &\quad - \frac{1^2 F}{6m^2} \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{12m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) \left[3 \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right] \end{aligned}$$

整理后:

$$J_x = \frac{1}{3m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^3 + \sum_{i=1}^n y_i^3 \right) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_{xy} &= \frac{1^2}{2m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \\ &\quad \cdot (i - 0.5) \end{aligned}$$

整理后:

$$\begin{aligned} J_{xy} &= \frac{1^2}{2m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 i - \sum_{i=1}^n y_i^2 i \right) \\ &\quad - \frac{1}{2m} S_{xy} \quad (10) \end{aligned}$$

(5) 截面图形对 $O'Y'$ 、 $O'X'$ 轴的惯性矩 $J_{y'}$ 、 $J_{x'}$ 和惯性积 $J_{x'y'}$

利用平行移轴公式可得:

$$J_{y'} = J_y - X_c^2 F$$

$$J_{y'} = \frac{1^3}{m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) - S_y \left(X_c + \frac{1}{m} \right) - \frac{1^3 F}{6m^2} \quad (11)$$

$$J_{x'} = J_x - Y_c^2 F$$

$$J_{x'} = \frac{1}{3m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^3 + \sum_{i=1}^n y_i^3 \right) - S_x Y_c \quad (12)$$

$$J_{x'y'} = J_{xy} - X_c Y_c F$$

$$J_{x'y'} = \frac{1^2}{2m^4} \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 i - \sum_{i=1}^n y_i^2 i \right)$$

$$- S_x \left(X_c + \frac{1}{2m} \right) \quad (13)$$

(6) 叶片截面图形的主形心惯性矩 J_{x_0} 、 J_{y_0} 及主惯性轴倾角 α 。

根据公式(11)~(13)的结果,就可求出:

$$J_{x_0} = \frac{J_{x'} + J_{y'}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x'} - J_{y'})^2 + 4J_{x'y'}^2} \quad (14)$$

$$J_{y_0} = \frac{J_{x'} + J_{y'}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x'} - J_{y'})^2 + 4J_{x'y'}^2} \quad (15)$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2J_{x'y'}}{J_{y'} - J_{x'}} \quad (16)$$

2. 空心叶片截面图形几何性质计算

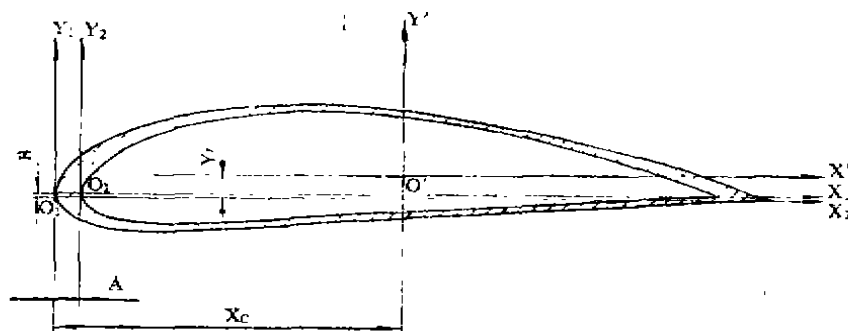


图2 空心叶片截面图形

不论什么材料制作的空心叶片,都采用薄壁空心的结构,有些还设计出各种形状的加强筋,以增加强度和刚度。我们可以把这种叶片的截面看成是由大小两个叶型围成的图形(见图2),图中两个叶型均为NACA4418叶型(当然空心处也可以是其他形状)。大小两个叶型在其最大厚度处(0.3倍弦长)重合且上下壁厚相等。这样布置可使整个叶片的铺层厚度比较均匀,而前、后缘处的铺层又可稍厚,这对实用是有利的。

计算空心叶片截面图形几何性质时,先分别计算出大小叶型在同一坐标系中的几何性质,然后求其差。

(1) 空心叶片截面图形的面积 F

$$F = F_1 - F_2 \quad (17)$$

其中下标1代表大叶型,2代表小叶型,下同。

(2) 截面图形对 $O_1 Y_1$ 、 $O_1 X_1$ 轴的静矩 S_y 、 S_x

由于大小叶型在其最大厚度处重合,所以小叶型前缘点在 $X_1 O_1 Y_1$ 坐标系中的横、纵坐标 A 和 B 分别为:

$$A = 0.3 (C_1 - C_2)$$

$$B = 0.045 (C_1 - C_2)$$

其中: C_1 、 C_2 分别为大小叶型的弦长。

因此:

$$S_{y12} = S_{y22} + A F_2$$

$$S_y = S_{y1} - S_{y12} = S_{y11} - S_{y22} - A F_2 \quad (18)$$

其中数字下标十位数表示坐标系,个位数表示大小叶型。如: S_{y12} , 即表示小叶型对 $O_1 Y_1$ 轴的静矩,下同。

$$S_{x12} = S_{x22} + B F_2$$

$$S_x = S_{x11} - S_{x12} = S_{x11} - S_{x22} - B F_2 \quad (19)$$

(3) 截面图形形心在 $X_1 O_1 Y_1$ 坐标系中的坐标 X_c 、 Y_c

$$X_c = S_y / F, \quad Y_c = S_x / F \quad (20)(21)$$

(4) 截面图形对 O_1Y_1 、 O_1X_1 轴惯性矩 J_Y 、 J_X 和惯性积 J_{XY}

$$\begin{aligned} J_{Y12} &= J_{Y22} + 2AS_{Y22} + A^2F_2 \\ J_Y &= J_{Y11} - J_{Y12} = J_{Y11} - J_{Y11} - 2AS_{Y22} \\ &\quad - A^2F_2 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} J_{X12} &= J_{X22} + 2BS_{X22} + B^2F_2 \\ J_X &= J_{X11} - J_{X12} = J_{X11} - J_{X22} - 2BS_{X22} \\ &\quad - B^2F_2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} J_{XY12} &= J_{XY22} + BS_{Y22} + AS_{X22} + ABF_2 \\ J_{XY} &= J_{XY11} - J_{XY12} = J_{XY11} - J_{XY22} - AS_{X22} \\ &\quad - BS_{Y22} - ABF_2 \end{aligned} \quad (24)$$

(5) 截面图形对 $O'Y'$ 、 $O'X'$ 轴的惯性矩 $J_{Y'}$ 、 $J_{X'}$ 和惯性积 $J_{X'Y'}$

$$J_{Y'} = J_Y - X_c^2F \quad (25)$$

$$J_{X'} = J_X - Y_c^2F \quad (26)$$

$$J_{X'Y'} = J_{XY} - X_cY_cF \quad (27)$$

(6) 空心叶片截面图形的主形心惯性矩 J_{Y0} 、 J_{X0} 及主惯性轴倾角 α_0 。

根据公式(25)~(27)的结果,按照公式(14)~(16)就可求出 J_{Y0} 、 J_{X0} 、 α_0 。

由于 α_0 的值一般都很小,所以实际计算时为方便起见,将 $O'X'$ 、 $O'Y'$ 轴作为主惯性轴。

二、叶片受力分析

风力机在运行过程中,叶片所受到的载荷有:

(1) 由气动力引起的载荷。包括轴向力、切向力对叶片产生的剪切力、弯矩和扭矩。

(2) 由叶片自身重力引起的载荷。包括重力对叶片产生的剪切力、拉、压力,弯矩和扭矩。

(3) 由离心力引起的载荷。包括离心力对叶片的拉力、弯矩和扭矩等。

另外,在风力机对风向时,机头绕塔架轴线转动将产生旋转惯性力矩;利用侧偏或上仰叶轮限速时,也将产生一些复杂的载荷。这些载荷对叶片的寿命都会产生不良的影响。

叶片受到的主要载荷可由图3表示。其中轴向力(q_a)、切向力(q_t)、重力(q_g)引起的

弯矩 M_a 、 M_t 、 M_g 和离心力 P 分别可以表述为:

$$M_a = \int_0^R q_a(Z-r)dZ \quad (28)$$

$$M_t = \int_0^R q_t(Z-r)dZ \quad (29)$$

$$M_g = \int_0^R q_g(Z-r)dZ \quad (30)$$

$$P = \rho\omega^2 \int_0^R FZdZ \quad (31)$$

经过计算可知,越往叶尖轴向力越大,而均向力基本上是均布载荷;重力则随叶片的质量分布变化。

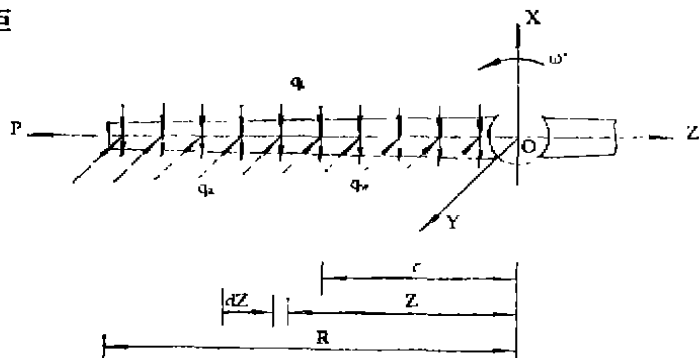


图3 叶片心的主要载荷

三、叶片强度计算

叶片任一截面的受力情况见图4。图中 $O'X'$ 、 $O'Y'$ 为截面图形的主形心惯性轴。其中 β 为叶片截面安装角, α 为攻角, W 为相对速度。

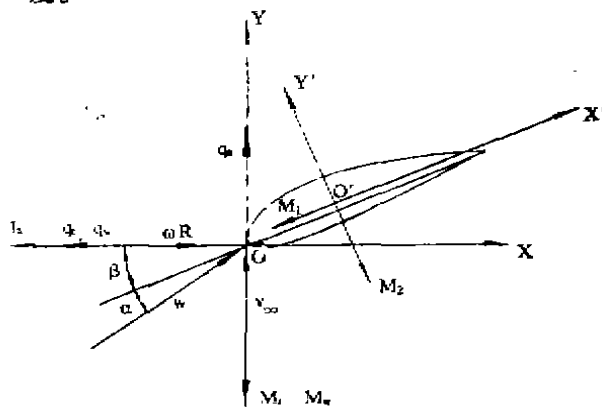


图4 叶片截面受力状况

将 M_a 、 M_t 、 M_g 等力矩矢量投影到 $O'X'$ 、

O'Y'轴上, 即有:

$$M_1 = (M_t + M_u) \sin \beta + M_c \cos \beta \quad (32)$$

$$M_2 = (M_t + M_u) \cos \beta + M_c \sin \beta \quad (33)$$

叶片可以简化成悬臂梁, 且为具有非对称横截面的梁。根据材料力学的理论, 对于跨度与横截面高度之比大于5的梁, 即使在有剪力存在的情况下亦可按绕弯曲计算弯曲正应力。对于具有非对称横截面的梁, 如果为纯弯曲, 且弯矩作用于主形心惯性平面内, 就仍然可以看作是平面弯曲。风力机叶片按照纯弯曲时梁横截面上正应力的计算公式进行计算是能满足精度要求的。

在叶型放大图中量出 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 的实际长度。其中 L_1 、 L_2 分别是叶型背弧与内弧到O'X'轴的最大距离; L_3 、 L_4 分别是叶型前、后缘到O'Y'轴的最大距离。

叶片截面图形的抗弯截面模量 W_1 、 W_2 、 W_3 、 W_4 为:

$$W_1 = J_{x0} m / L_1 \quad (34)$$

$$W_2 = J_{x0} m / L_2 \quad (35)$$

$$W_3 = J_{y0} m / L_3 \quad (36)$$

$$W_4 = J_{y0} m / L_4 \quad (37)$$

M_1 的作用将使叶片背弧产生压应力, 内弧产生拉应力; M_2 的作用将使叶片前缘产生压应力, 后缘产生拉应力; 离心力 P 使叶片截面产生拉应力。叠加后, 最大正应力为:

$$\sigma = M_1 / \min \{W_1, W_2\} + M_2 / \min \{W_3, W_4\} + P/F \quad (38)$$

$$\text{且应有: } \sigma < [\sigma] \quad (39)$$

由于风力机叶片受力复杂, 所以应考虑足够的安全系数。

空心叶片进行强度校核时, 可凭经验先确定叶片铺层的厚度, 然后进行反复的迭代计算, 直到得到最优的结果。

四、叶片刚度校核

对于微型风力机叶片, 由于叶轮直径很小, 在满足了强度条件后, 可以不进行变形计算。

但是, 对于叶轮直径比较大的叶片, 应尽可能提高叶片刚度, 减小变形, 以避免与塔架相碰。所以在强度计算后还需进行刚度校核。

刚度校核主要是计算叶片各截面的转角和挠度。由于叶片在O'X'方向较长, 所以只需计算O'Y'方向的变形(见图4)。

图5给出了叶片弯矩图和变形图。

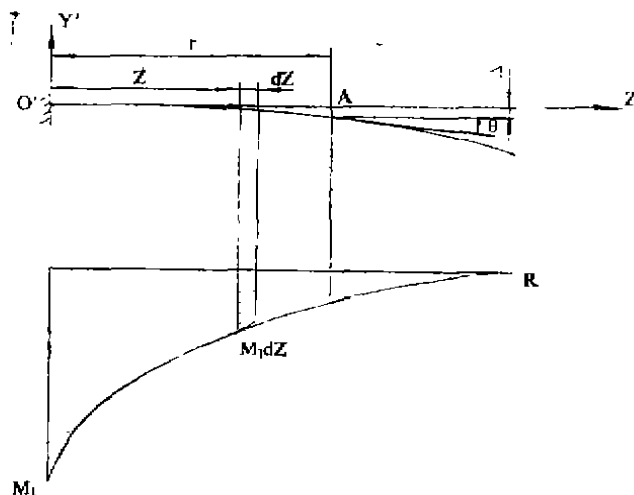


图5 叶片变形与弯矩图

根据力矩——面积定理:

$$\text{转角: } \theta = \int_0^r \frac{1}{EJ_{x0}} M_1 dZ \quad (40)$$

$$\text{挠度: } \Delta = \int_0^r \frac{1}{EJ_{x0}} M_1 (r-Z) dZ \quad (41)$$

由图5可知, $M_1 dZ$ 为弯矩图的微元面积。A截面处的转角等于O'A两点间弯矩图的面积除以 EJ ; A截面处的挠度等于O'A两点间弯矩图面积与面积形心到A点距离的乘积除以 EJ 。

将各截面挠度 Δ 向Y轴投影(见图4), 可以得到风力机运行时, 叶片各处与塔架的距离, 可供设计塔架时参考。

挠度 Δ 在Y轴上的投影为:

$$\Delta Y = \int_0^r \frac{1}{EJ_{x0}} M_1 (r-Z) \cos \beta dZ \quad (42)$$

参考文献

- (1) (苏)Л.А.舒本科——舒宾,《汽轮机强度》,机械工业出版社。
- (2) (美)S.铁摩辛柯, J.盖尔,《材料力学》,科学出版社,1978。
- (3) 浙江大学等,《材料力学》,人民教育出版社,1979。